سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
Time/SanjeshClouds

دوشنبه
۱۴۰۴/۰۱/۱۸

الگو و دنباله + توان‌های گویا و عبارت‌های جبری
+ جامع هندسه
(فصل ۱ و ۳ دهم + ۱ یازدهم (صفحه ۱ تا ۱۰) +
۲ یازدهم + ۶ دوازدهم)

دفترچه پاسخ

دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم تجربی
ریاضی

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضی	حسین شفیع‌زاده محدثه شیخعلی مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان محمد خانگلدی ـ محمد پورسعید	فرشاد حسن‌زاده ارسلان حسنوند ـ سجاد احمدی

هفته اول	هفته دوم	هفته سوم	هفته چهارم	هفته پنجم	هفته ششم
مباحث پایه	جامع تابع + توابع نمایی و لگاریتمی	جامع مثلثات	جامع حد و پیوستگی + مشتق و کاربرد مشتق	الگو و دنباله +توان‌های گویا + جامع هندسه	جامع شمارش، بدون شمردن و آمار و احتمال

۵۵ روز جمع‌بندی تا کنکور اردیبهشت

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
دوپینگ ماز

دانش آموزان عزیز ماز

امیدواریم از آزمون امروزتون لذت برده باشین.

این آزمون رو اختصاص دادیم به مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری و هندسه.

احتمالاً سوالی که ذهنتون رو مشغول کرده اینه که این فصل‌ها توی کنکور چقدر اهمیت داره! در جوابتون باید بگیم که حدوداً **۵** تا **۷** تا از سوال‌های کنکور رو برای این فصول رزرو کنید.

با مباحث فصل ۱ و ۳ دهم که بسیار آشنا هستید، در مورد هندسه هم باید بگیم که بخش ۱ از فصل ۱ ریاضی ۲، فصل ۲ ریاضی ۲ و فصل ۶ ریاضی ۳ در مورد هندسه صحبت کردن.

ابتدا از هندسهٔ تحلیلی شروع می‌کنیم، یعنی بخش ۱ فصل ۱ ریاضی ۲! توی این بخش با یادآوری معادله خط بحث رو شروع می‌کنه و به یه سری فرمول مثل فاصلهٔ نقطه از خط، مختصات وسط دو نقطه، فاصلهٔ دو نقطه و .. می‌پردازه.

بعد از اون می‌ریم سراغ فصل دوم ریاضی ۲ که داره در مورد قضیهٔ تالس و تشابه صحبت می‌کنه. البته ابتدای فصل رو اختصاص داده به ترسیم‌های هندسی و ویژگی مهم نیم‌ساز و عمودمنصف هم اونجا بحث میشه.

فصل ۶ ریاضی دوازدهم هم آخرین بخش هندسهٔ دبیرستانتونه! توی این فصل با مفاهیم دوران و برش و مقاطع مخروطی آشنا میشید و بعدش به طور تخصصی می‌پردازید به دو تا از مقاطع مخروطی معروف یعنی بیضی و دایره.

و اینگونه است که هندسهٔ شما در دبیرستان به پایان می‌رسه!!

از این بخش در کنکور سال‌های قبل چه تعداد سوال طرح شده است؟ این سوالات از چه موضوعاتی بوده؟

کنکور سراسری	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲ نوبت اول	۱۴۰۲ نوبت دوم	۱۴۰۳ نوبت اول	۱۴۰۳ نوبت دوم
تعداد سوال	۶	۵	۷	۶	۷	۷
مباحث مطرح شده در سوال	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری (۲ سوال) قضیه تالس هندسه تحلیلی (۲ سوال) دایره	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری الگو و دنباله هندسه تحلیلی قضیه تالس بیضی	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری دنباله حسابی مجموعه‌ها و بازه قضیه تالس و تشابه تشابه هندسه تحلیلی دایره	مجموعه‌ها و بازه دنباله حسابی قضیه تالس و تشابه تشابه هندسه تحلیلی دایره	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری تعداد اعضای مجموعه‌ها دنباله حسابی هندسه تحلیلی تشابه قضیه تالس دایره	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری (۲ سوال) دنباله هندسی هندسه تحلیلی روابط طولی در مثلث قضیه تالس بیضی

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم **تحلیل** آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره. آرزومند آرزوهایتان... ✿

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

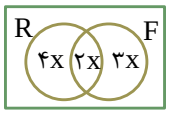
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
دوپینگ‌ماز

۱- در یک کلاس ۳۰ نفره، تعداد علاقمندان به ریاضی ۳ برابر علاقمندان به فیزیک و ریاضی و ۲ برابر کسانی است که فقط به فیزیک علاقمندند. در این کلاس حداقل چند نفر نه به ریاضی علاقمندند و نه به فیزیک؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

نمودار ون به صورت مقابل است:



بنابراین تعداد افرادی که نه به ریاضی علاقمندند و نه به فیزیک برابر $۳۰-۹x$ است.

کمترین مقدار $۳۰-۹x$ زمانی است که $x=۳$ باشد و در نتیجه $۳۰-۹x=۳$ است.

گروه آموزشی ماز

۲- در یک دنبالهٔ هندسی، مجموع جملات دوم و پنجم، هشت برابر مجموع جملات پنجم و هشتم است. اگر جملهٔ چهارم برابر ۱ باشد، جملهٔ ششم کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

می‌دانیم: $\frac{a_۲+a_۵}{a_۵+a_۸}=۸\Rightarrow\frac{aq+aq^۴}{aq^۴+aq^۷}=۸\Rightarrow\frac{aq(۱+q^۳)}{aq^۴(۱+q^۳)}=۸\Rightarrow\frac{۱}{q^۳}=۸\Rightarrow q=\frac{۱}{۲}$

از طرفی: $a_۴=۱\Rightarrow a_۶=a_۴\times q^۲=۱\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۴}$

گروه آموزشی ماز

۳- بین دو عدد ۲ و k و با شروع از ۲، پنج واسطهٔ حسابی درج می‌کنیم. اگر جملات دوم، سوم و پنجم درج شده تشکیل دنبالهٔ هندسی غیرثابت دهند، k چند برابر جملهٔ دوم درج شده است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) -۴ ۴) -۵

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

دنبالهٔ حسابی به وجود آمده به صورت مقابل است: $۲,-,-,-,-,-,k$

در این صورت جملات دوم، سوم و پنجم درج شده همان جملات سوم، چهارم و ششم دنباله حسابی می‌باشند که تشکیل دنبالهٔ هندسی داده‌اند.

$a_۳,a_۴,a_۶\Rightarrow a_۴^۲=a_۳a_۶$

$\Rightarrow(۲+۳d)^۲=(۲+۲d)(۲+۵d)\Rightarrow d^۲+۲d=۰\Rightarrow\begin{cases}d=۰ & \text{غ ق ق}\\ d=-۲\checkmark\end{cases}$ (دنباله غیرثابت است)

خواهیم داشت: $۲,۰,-۲,-۴,-۶,-۸,-۱۰$

k برابر -۱۰ و جملهٔ دوم درج شده -۲ است.

$\frac{-۱۰}{-۲}=۵$

گروه آموزشی ماز

۴- حاصل عبارت $A=\frac{۱۵}{\sqrt[۳]{۲}-۱}-\sqrt[۳]{۴}$ چقدر است؟

۱) $\sqrt[۳]{۲}$ ۲) $۲\sqrt[۳]{۲}$ ۳) $۳\sqrt[۳]{۲}$ ۴) $۴\sqrt[۳]{۲}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

ابتدا کسر $\frac{۱۵}{\sqrt[۳]{۲}-۱}$ را گویا می‌کنیم:

$$\frac{۱۵}{\sqrt[۳]{۲}-۱}\times\frac{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}=\frac{۱۵(\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱)}{۱۶-۱}=\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱$$

بنابراین: $A=\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱-\sqrt[۳]{۴}-۱=\sqrt[۳]{۲}$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
دوپینگ ماز

۵- حاصل $P=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}\times 4^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt[6]{2}}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt[6]{2^5}}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt[12]{2}}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[12]{2^5}}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

می‌دانیم: $\sqrt[5]{4\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{2\times 2^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[5]{4\times 2^{\frac{1}{2}}}=\sqrt[5]{2^2\times 2^{\frac{1}{2}}}=\sqrt[5]{2^{\frac{5}{2}}}=2^{\frac{1}{2}}$

بنابراین: $P=2^{\frac{1}{2}}\times 4^{-\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{2}}\times 2^{-\frac{2}{3}}=2^{-\frac{1}{6}}=\frac{1}{\sqrt[6]{2}}$

گروه آموزشی ماز

۶- حاصل عبارت $(x-6)(x^2+12)$ به ازای $x=\sqrt[3]{65}+2$ چقدر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -1 ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

ابتدا عبارت $(x-6)(x^2+12)$ را به صورت مکعب کامل می‌نویسیم:

$$A=(x^2+12)(x-6)=x^3-6x^2+12x-72=(x-2)^3-64$$

اگر $x=\sqrt[3]{65}+2$ باشد، خواهیم داشت:

$$A=(\sqrt[3]{65}+2-2)^3-64=65-64=1$$

گروه آموزشی ماز

۷- خطی که از نقطهٔ تلاقی دو خط $3y-4x=18$ و $2y+x=1$ می‌گذرد و بر خط $2y=-x+11$ عمود است، از کدام نقطه عبور می‌کند؟

۱) $(1,6)$ ۲) $(1,10)$ ۳) $(-1,-6)$ ۴) $(-1,-10)$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

برای تعیین نقطهٔ تلاقی دو خط $3y-4x=18$ و $2y+x=1$، کافی است دستگاه حاصل از آن‌ها را حل کنیم:

$$\begin{cases}3y-4x=18\\2y+x=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3y-4x=18\\8y+4x=4\end{cases}\Rightarrow 11y=22\Rightarrow y=2$$

$$\Rightarrow x=-3\Rightarrow \text{مختصات نقطه تلاقی } A(-3,2)$$

از طرفی شیب خط $2y=-x+11$ برابر $-\frac{1}{2}$ است، پس شیب خط عمود بر آن برابر $m=2$ خواهد بود در نتیجه معادلهٔ خط مطلوب به صورت زیر است:

$$y-2=2(x+3)\Rightarrow y=2x+8$$

با امتحان گزینه‌ها مشخص می‌شود که خط فوق از نقطهٔ $(1,10)$ می‌گذرد.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
دوپینگ ماز

نوشتن معادله خط در ۴ حالت

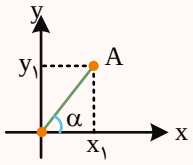
با داشتن شیب خط و مختصات یک نقطه از خط مانند $A(x_1, y_1)$: در این حالت معادله خط را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

با داشتن مختصات دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ از خط: در این حالت معادله خط را به صورت زیر می‌نویسیم:

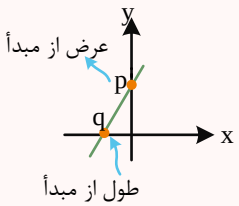
$$y - y_1 = (\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1})(x - x_1)$$

با داشتن زاویه بین خط و جهت مثبت محور xها و مختصات یک نقطه از خط مانند $A(x_1, y_1)$: بدون شرح!



$$y - y_1 = (\tan\alpha)(x - x_1)$$

با داشتن عرض از مبدأ و طول از مبدأ: معادلهٔ خط را به صورت زیر می‌نویسیم:



$$\frac{y}{p} + \frac{x}{q} = ۱$$

گروه آموزشی ماز

۸- دو نقطه روی نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم قرار دارند که فاصلهٔ آن‌ها از خط $۳y = ۲x + ۱۲$ برابر $\sqrt{۱۳}$ است. حاصل جمع طول‌های این دو نقطه کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $-\frac{۲۴}{۵}$ ۴) $\frac{۲۴}{۵}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

معادلهٔ خط نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم به صورت $y = -x$ است، پس مختصات نقاطی که روی این خط قرار دارند به صورت $C(\alpha, -\alpha)$ است. فاصلهٔ C را از خط $۲x - ۳y + ۱۲ = ۰$ به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \Rightarrow d = \frac{|۲\alpha + ۳\alpha + ۱۲|}{\sqrt{۴ + ۹}} = \frac{|۵\alpha + ۱۲|}{\sqrt{۱۳}}$$

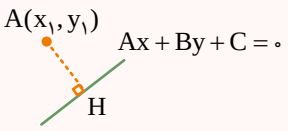
$$\Rightarrow \frac{|۵\alpha + ۱۲|}{\sqrt{۱۳}} = \sqrt{۱۳} \Rightarrow |۵\alpha + ۱۲| = ۱۳ \Rightarrow ۵\alpha + ۱۲ = \pm ۱۳ \Rightarrow \begin{cases} ۵\alpha + ۱۲ = ۱۳ \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۵} \Rightarrow A(\frac{۱}{۵}, -\frac{۱}{۵}) \\ ۵\alpha + ۱۲ = -۱۳ \Rightarrow \alpha = -۵ \Rightarrow B(-۵, ۵) \end{cases}$$

$$\text{مجموع طول‌های نقاط مطلوب} = -۵ + \frac{۱}{۵} = -\frac{۲۴}{۵}$$

فاصلهٔ نقطه از خط

فاصلهٔ نقطه از خط، طول کوتاه‌ترین پاره‌خطی است که نقطه را به خط وصل می‌کند، که این کوتاه‌ترین پاره‌خط، همان خط عمودی است که از نقطه به خط وارد می‌شود.

برای پیدا کردن فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_1, y_1)$ از خط $Ax + By + C = ۰$ از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:



$$AH = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^۲ + B^۲}}$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

۹- قاعده کوچک یک ذوزنقه به طول $۲-\sqrt{۱۲}$ روی خط $y=\sqrt{۳}x+۲$ و قاعدهٔ بزرگ آن به طول $\sqrt{۲۷}-۳$ روی خط $my-۳x+۶=۰$ قرار دارد. مساحت این ذوزنقه کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) $۵\sqrt{۳}$ ۳) $۱۰\sqrt{۳}$ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

چون در ذوزنقه، قاعده‌ها با هم موازیند، پس داریم:

$$\begin{matrix} y=\sqrt{۳}x+۲ \\ my=۳x-۶ \end{matrix}$$ شرط موازی بودن : $\frac{۱}{m}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow m=\sqrt{۳}$

بنابراین معادلهٔ دو خط موازی به صورت $\sqrt{۳}x-y+۲=۰$ و $\sqrt{۳}y-۳x+۶=۰$ خواهد بود که فاصلهٔ دو خط موازی برابر طول ارتفاع ذوزنقه است، یعنی داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{۳}x-y+۲=۰ \\ \sqrt{۳}x-y-۲\sqrt{۳}=۰ \end{cases}$$

توجه شود که ضرایب x و y را در دو معادله، برابر کرده‌ایم تا از فرمول فاصلهٔ دو خط موازی استفاده کنیم:

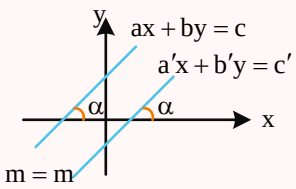
$$d=\frac{|۲+۲\sqrt{۳}|}{\sqrt{۳+۱}}=\frac{۲+۲\sqrt{۳}}{۲}=۱+\sqrt{۳}$$

پس طول ارتفاع ذوزنقه $h=۱+\sqrt{۳}$ است.

$$\text{مساحت ذوزنقه } S=\frac{(\sqrt{۱۲}-۲+\sqrt{۲۷}-۳)\times(۱+\sqrt{۳})}{۲}=\frac{(۲\sqrt{۳}+۳\sqrt{۳}-۵)(۱+\sqrt{۳})}{۲}=\frac{۵(\sqrt{۳}-۱)(\sqrt{۳}+۱)}{۲}=\frac{۵\times۲}{۲}=۵$$

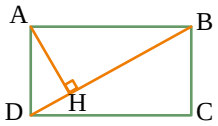
دو خط موازی:

دو خط در صورتی موازی‌اند که دارای شیب‌های برابر باشند، به عبارتی: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$



گروه آموزشی ماز

۱۰- در مستطیل شکل مقابل $AB=۸\sqrt{۳}$ و $BC=۸$ است. فاصلهٔ نقطهٔ H از ضلع AB کدام است؟



۱) ۲
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

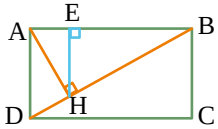
در مثلث قائم‌الزاویه ABD طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$BD^۲=AB^۲+AD^۲\Rightarrow BD^۲=۱۹۲+۶۴\Rightarrow BD^۲=۲۵۶\Rightarrow BD=۱۶$$

همچنین در مثلث ABD داریم:

$$AB^۲=BD.BH\Rightarrow ۱۹۲=۱۶\times BH\Rightarrow BH=۱۲$$

حال اگر از نقطهٔ H عمود HE را بر ضلع AB رسم کنیم داریم:

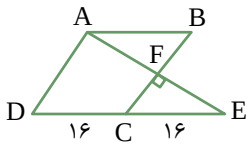


$$EH\parallel AD\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{HE}{AD}=\frac{BH}{BD}\Rightarrow\frac{HE}{۸}=\frac{۱۲}{۱۶}\Rightarrow HE=۶$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
کنکور ۱۴۰۴

۱۱- در شکل مقابل، $\hat{F}=۹۰^\circ$ و چهارضلعی ABCD لوزی است. مساحت مثلث ABF کدام است؟



۱) $۱۶\sqrt{۲}$
۲) $۳۲\sqrt{۲}$
۳) $۱۶\sqrt{۳}$
۴) $۳۲\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

چون تمام اضلاع لوزی با هم برابرند، پس: $AD=AB=BC=۱۶$

از طرفی چون در مثلث ADE داریم: $FC \parallel AD$، پس با تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{FC}{AD}=\frac{EC}{ED}\Rightarrow\frac{FC}{۱۶}=\frac{۱۶}{۳۲}\Rightarrow FC=۸$$
$$\Rightarrow BF=۱۶-۸=۸$$

حال بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث ABF داریم:

$$AB^۲=AF^۲+FB^۲\Rightarrow ۲۵۶=AF^۲+۶۴\Rightarrow AF^۲=۱۹۲\Rightarrow AF=۸\sqrt{۳}$$
$$\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABF}}=\frac{۱}{۲}AF\times BF=\frac{۱}{۲}\times۸\sqrt{۳}\times۸\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABF}}=۳۲\sqrt{۳}$$

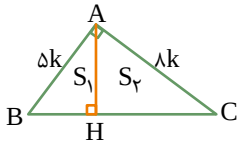
گروه آموزشی ماز

۱۲- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای نسبت اضلاع قائم ۵ به ۸ است. اگر ارتفاع وارد بر وتر را در این مثلث رسم کنیم، مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث متوسط است؟

۱) $\frac{۵}{۳}$
۲) $\frac{۱۳}{۸}$
۳) $\frac{۸۹}{۶۴}$
۴) $\frac{۶۴}{۲۵}$

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

می‌دانیم با رسم ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه، سه مثلث متشابه وجود می‌آید، بنابراین داریم:



$$\overset{\triangle}{ABH}\sim\overset{\triangle}{ACH}\Rightarrow\frac{S_۱}{S_۲}=(\frac{۵k}{۸k})^۲=\frac{۲۵}{۶۴}$$
$$\Rightarrow\frac{S_۱+S_۲}{S_۲}=\frac{۲۵+۶۴}{۶۴}=\frac{۸۹}{۶۴}$$

گروه آموزشی ماز

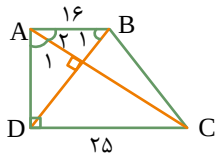
۱۳- در یک ذوزنقه قائم‌الزاویه، اندازهٔ قاعده‌ها برابر ۱۶ و ۲۵ است و قطرهای آن بر هم عمود هستند. مساحت مثلثی که اضلاع آن، ساق قائم و قاعدهٔ بزرگ و قطر ذوزنقه است، کدام است؟

۱) ۲۲۵
۲) ۲۰۰
۳) ۲۷۵
۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

$$\begin{cases}\hat{A}_۱+\hat{A}_۲=۹۰^\circ\\ \hat{B}_۱+\hat{A}_۲=۹۰^\circ\end{cases}\Rightarrow\hat{A}_۱=\hat{B}_۱$$

$$\begin{cases}\hat{A}_۱=\hat{B}_۱\\ \hat{A}=\hat{D}=۹۰^\circ\end{cases}\xrightarrow{\text{به حالت دو زاویه مساوی}}\overset{\triangle}{ABD}\sim\overset{\triangle}{ACD}$$



$$\frac{AB}{AD}=\frac{AD}{DC}=\frac{BD}{AC}\Rightarrow AD^۲=AB\times DC\Rightarrow AD=۲۰$$
$$S_{\overset{\triangle}{ADC}}=\frac{AD\times DC}{۲}=\frac{۲۰\times۲۵}{۲}=۲۵۰$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
دوپینگ‌ماز

۱۴- به ازای چند مقدار صحیح k، معادلهٔ $x^۲+y^۲-(k+۱)x-۴y+k+۳=۰$ معادلهٔ یک دایره خواهد بود؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

شرط این که معادلهٔ $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ معادلهٔ یک دایره باشد این است که $a^۲+b^۲-۴c>۰$ باشد، پس داریم:

$$x^۲+y^۲-(k+۱)x-۴y+k+۳=۰$$

$$(k+۱)^۲+۱۶-۴(k+۳)>۰ \Rightarrow k^۲+۲k+۱+۱۶-۴k-۱۲>۰$$: شرط این که دایره باشد

$$\Rightarrow k^۲-۲k+۵>۰ \Rightarrow \begin{cases}\Delta<۰\\ a>۰\end{cases} \Rightarrow$$ عبارت درجه دوم همواره مثبت

بنابراین شرط $a^۲+b^۲-۴c>۰$ همواره (به ازای هر مقدار k) برقرار است، پس به ازای بی‌شمار عدد صحیح، معادلهٔ داده شده، معادله یک دایره است.

گروه آموزشی ماز

۱۵- مجموع فواصل هر نقطهٔ یک بیضی از کانون‌های $F(۲,۰)$ و $F'(-۲,۰)$ برابر ۶ است. اندازهٔ قطر کوچک این بیضی کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۷}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $۲\sqrt{۷}$

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

$$F(۲,۰)\ ,\ F'(-۲,۰) \Rightarrow FF'=۲c=۴ \Rightarrow c=۲$$

$$MF+MF'=۶ \Rightarrow ۲a=۶ \Rightarrow a=۳$$: طبق فرض

$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow b^۲=۹-۴ \Rightarrow b^۲=۵ \Rightarrow b=\sqrt{۵}$$

طول قطر کوچک بیضی $=۲b=۲\sqrt{۵}$

گروه آموزشی ماز

۱۶- در یک بیضی خروج از مرکز برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ است. نسبت طول قطر بزرگ به طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

می‌دانیم در هر بیضی، خروج از مرکز بیضی که با e نمایش داده می‌شود به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$e=\frac{c}{a}=\sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}}$$

$$\sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow ۱-\frac{b^۲}{a^۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{b^۲}{a^۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \frac{\text{طول قطر بزرگ}}{\text{طول قطر کوچک}}=\frac{۲a}{۲b}=\frac{a}{b}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲-۴x+۴y=۱$ و $x^۲+y^۲-۴x+۸y+۱۹=۰$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱) مماس خارج ۲) مماس داخل ۳) متقاطع ۴) متخارج

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

ابتدا مختصات مرکز و شعاع‌های دو دایره را تعیین می‌کنیم:

$$x^۲+y^۲-۴x+۴y-۱=۰ \Rightarrow O_۱(۲,-۲)\ ,R_۱=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۱۶+۴}=۳$$

$$x^۲+y^۲-۴x+۸y+۱۹=۰ \Rightarrow O_۲(۲,-۴)\ ,\ R_۲=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۶۴-۷۶}=۱$$

طول خط‌المرکزین: $O_۱O_۲=\sqrt{(۲-۲)^۲+(-۴+۲)^۲}=\sqrt{۴}=۲$

$$R_۱+R_۲=۴\ ,\ |R_۱-R_۲|=۲$$

چون $O_۱O_۲=|R_۱-R_۲|$ است، پس دو دایره، مماس داخل هستند.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
دوپینگ ماز

۱۸- دایره‌ای به مرکز $O(۱,-۴)$ از نقطهٔ $A(۵,۲)$ می‌گذرد و بر خط $۲x-۳y=a$ مماس است. در این صورت جمع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) ۶۲ ۲) -۶۲ ۳) -۲۸ ۴) ۲۸

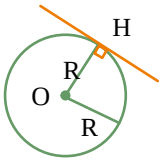
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

فاصلهٔ مرکز دایره از هر نقطه روی آن برابر با فاصلهٔ مرکز دایره از خط مماس بر آن است، زیرا هر دو برابر شعاع دایره هستند:

$$O(۱,-۴)\quad A(۵,۲) \Rightarrow OA=\sqrt{(۵-۱)^۲+(۲+۴)^۲} \Rightarrow OA=\sqrt{۵۲} \Rightarrow R=\sqrt{۵۲}=۲\sqrt{۱۳}$$

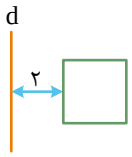
$$۲x-۳y-a=۰\ ,\ O(۱,-۴) \Rightarrow OH=\frac{|۲(۱)-۳(-۴)-a|}{\sqrt{۴+۹}} \Rightarrow \frac{|۱۴-a|}{\sqrt{۱۳}}=۲\sqrt{۱۳} \Rightarrow |۱۴-a|=۲۶$$

$$\Rightarrow ۱۴-a=\pm ۲۶ \Rightarrow \begin{cases} ۱۴-a=۲۶ \Rightarrow a=-۱۲ \\ ۱۴-a=-۲۶ \Rightarrow a=۴۰ \end{cases} \Rightarrow a_۱+a_۲=۴۰-۱۲=۲۸$$



گروه آموزشی ماز

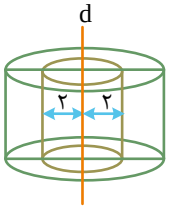
۱۹- حجم حاصل از دوران مربعی به ضلع ۳ حول خط d که با ضلع مربع موازی است، کدام است؟



۱) ۶۳π
۲) ۶۱π
۳) ۵۹π
۴) ۵۴π

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

شکل حاصل از دوران مربع داده شده حول خط d یک استوانه به شعاع قاعدهٔ ۵ و ارتفاع ۳ است که یک استوانه به شعاع قاعدهٔ ۲ و ارتفاع ۳ از وسط آن خارج شده است، بنابراین حجم حاصل از دوران برابر است با:



$$\text{مطلوب } V=\pi(۵)^۲\times ۳-\pi(۲)^۲\times ۳=۷۵\pi-۱۲\pi=۶۳\pi$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- اگر کره‌ای به شعاع ۲۰ را با یک صفحه افقی برش بزنیم، به طوری که مساحت سطح مقطع حاصل برابر ۱۰۰π باشد، فاصلهٔ مرکز کره از این صفحه برابر کدام است؟

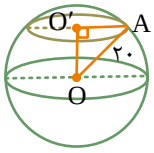
۱) $۱۰\sqrt{۳}$ ۲) ۲۰ ۳) $۱۰\sqrt{۲}$ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

فرض می‌کنیم صفحه، کره‌ای به شعاع ۲۰ را در دایره‌ای به شعاع $O'A$ قطع کند (مطابق شکل) چون مساحت سطح مقطع برابر ۱۰۰π است، پس داریم:

$$\pi(O'A)^۲=۱۰۰\pi \Rightarrow O'A=۱۰$$

از قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'A$ نتیجه می‌شود:



$$OO'^۲=OA^۲-O'A^۲=۲۰^۲-۱۰^۲=۴۰۰-۱۰۰=۳۰۰$$

$$\Rightarrow OO'=۱۰\sqrt{۳}$$

پس فاصلهٔ مرکز کره از صفحهٔ برش برابر $۱۰\sqrt{۳}$ است.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir